国家自然科学基金资助项目
研究成果年报

数理科学

1999

国家自然科学基金委员会

科学出版社

2000

广义度量空间理论的若干新进展

林　寿

（福建省宁德师范高等专科学校　352100）

主题词：广义度量空间　映射　集合论　函数空间

项目批准号：86010543　19071049　19476010

成果简介

广义度量空间理论是点集拓扑学的活跃的研究方向，所涉及的与公理集合论、数理逻辑、组合数学、泛函分析等分支相互交融而形成的大量问题已列入专著《Open Problems in Topology》(North-Holland，1990). 本课题围绕该领域引人注目的如空间的分类设想、“独立性问题”、函数空间的拓扑等方向取得了一系列较为系统和创造性的工作.

1. 由 P. Alexandroff 提出、引起拓扑学家广泛重视的空间分类思想是点集拓扑学的基本而重要的研究方向. 该项目引入 ss 映射和序列覆盖映射等工具，较完整地建立了具有确定点可数覆盖空间的映射定理，解决了 A. Arhangel'skii、T. Miwa、K. Tamano 和 Y. Tanaka 等提出的问题，$\aleph$ 空间类的出色工作推动了国际上 k 网络理论的研究，成为该方向的重要文献.

2. 从“连续统假设”的独立性可见源于度量空间与紧空间而构建的广义度量理论出现的许多困难问题不是其自身所能克服的. 本项目围绕 F. Jones 的 Moore 空间的度量化问题和 E. Michael 的乘积空间的 k 空间问题，利用集论拓扑的 Martin 公理和 BF（ω_2）等集论条件，阐述了具有点可数覆盖的 k 空间的乘积理论.

3. 基于 A. Arhangel'skii 的倡导及大量俄罗斯数学家的投入形成独树一帜的函数空间拓扑是很具活力的研究方向. 本项目对具紧开拓扑的函数空间的弱第一可数性、具 epi 拓扑的函数空间的基数函数、具点态收敛拓扑的函数空间的正规性和桶形性质进行了细致的研究，获得了一系列的拓扑对偶条件，回答了 A. Arhangel'skii，D. Lutzer 和 R. McCoy 的有关问题.

本课题从 1987 年至 1999 年已在科学通报、数学学报、数学年刊和数学进展发表论文 20 篇，在国外 Topology Appl、Topology Proc. 等杂志发表论文 20 篇，科学出版社出版《广义度量空间与映射》(国家自然科学基金优秀研究成果专著出版基金资助)，被引用 270 余篇次，获中国青年科技奖 1 项，福建省自然科学优秀论著一等奖 1 项，国际学术会议大会报告 2 次，中国科协青年学术年会报告 2 次.

主要论著

[1] 林寿，广义度量空间与映射，科学出版社，1995.

[2] Lin Shou，Mapping Theorems on $\aleph$-spaces，Topology Appl.，1988，30，159—164.

[3] Lin Shou，Y. Tanaka，Point-countable k-networks，Closed Maps，and Related Results，Topology Appl.，1994，59，79—86.

[4] Lin Shou and Liu Chuan, On Spaces with Point-countable Cs-networks, Topology Appl., 1996, 74, 51—60.

[5] Lin Shou, A Note on the Arens' Space and Sequential Fan, Topology Appl., 1997, 81, 185—196.

李代数中若干进展

孟道骥

（南开大学　300071）

主题词：李代数　完备李代数　仿射李代数

项目批准号：1860458　19671045

成果简介

本课题在完备李代数与仿射李代数的表示理论等方向取得一系列的成果.

完备李代数的概念出现于20世纪40年代，但直到80年代才由本课题组进行了系统的研究.

1. 得到了完备李代数的若干等价条件；分解及其唯一性定理；一大批重要的完备李代数（如半单李代数的抛物子代数等）；构造完备李代数的方法；完备李代数的判别、结构与同构定理等从而建立了完备李代数理论的基础.

2. 对某些完备李代数作了分类，如低维完备李代数、根基可换的完备李代数、极大秩可解完备李代数等等.

3. 建立了完备李代数与Kac-Moody、Virasoro、Heisenberg、Witt代数以及模李代数等重要李代数之间的联系.

4. 在完备李代数上的Killing型、双极化结构、左对称代数结构等均有了很好的结果. 可推动这些方面的进一步的研究.

本课题还给出了A_∞、B_∞及C_∞的一类水平为1的不可约最高权表示以及它们的关系. 这也是数学家与物理学家都关心的课题.

这些成果已发表在中国科学、科学通报、数学学报、J. of Alg.、Proc. of AMS.、Comm. in Alg. 等杂志上，计50余篇，其中10余篇被SCI收录；曾获教育部、天津市、山东省等的奖励；在美国数学会暑期研究所、全国代数会议、全国李代数会议均作过大会报告.

主要论著

[1] Meng Daoji et al., The Killing Form and Maximal Total Subalgebra of The Complete Lie Algebra, Sci. in China, 1996, 39, 477—482.

[2] Meng Daoji et al., Solvable Complete Lie Algebras I, Comm. in Alg., 1996, 24, 4181—4197.

[3] Jiang Cuibo et al., Some Complete Lie Algebras, J. of Alg., 1996, 196, 807—817.

[4] Jiang Cuibo et al., The Irreducible Highest Weight Representations of c_∞,