第 28 卷第 2 期　　数 学 进 展　　Vol.28, No.2
1999 年 4 月　　ADVANCES IN MATHEMATICS　　April, 1999

k 网与 Michael 的两个问题

林寿

(福建宁德师专，宁德，福建， 352100, 中国)

燕鹏飞　　刘川

(安徽大学，合肥，安徽， 230039, 中国)　　(广西大学，南宁，广西， 530004, 中国)

摘要　本文通过 1973 年 Michael 提出的关于乘积空间的 k 空间性质问题及 1973 年 Michael 和 Nagami 提出的关于度量空间的紧覆盖商 s 象问题的进展来说明 k 网是研究广义度量空间的有效工具.

关键词　k 网；　cs 网；　cs^* 网；　k 空间；　Tanaka 条件；　$BF(\omega_2)$; 紧覆盖映射；　s 映射

MR(1991) 主题分类

1　引言

本文所论空间均满足正则且 T_1 分离性公理.

基 (bases) 是拓扑空间的基本概念，许多拓扑性质都是用具有特定性质的基来刻画的，尤其是 1950 年获得的 Bing-Nagata-Smirnov 度量化定理奠定了基在拓扑空间论研究中的核心地位，带来了 60 至 70 年代基性质在拓扑学中的广泛应用 [1]. 另一方面，构造具体空间时选取特定性质的基有时是困难的，而且许多重要的映射并不保持基性质不变，所以拓扑空间论的发展需要寻求更一般的概念来深化基的理论. 实践表明，由 Michael[2] 所提出的伪基 (pseudo bases) 概念发展而形成的 k 网的概念是其重要方向之一. 关于 k 网理论较为详细的论述可见文献 [3], 本文的目的是以 1973 年 Michael 提出的两个问题的研究进展来说明 k 网这一工具对广义度量空间理论的重要作用.

先叙述 k 网及其相关的 cs^* 网， cs 网的定义.

定义 1.1　设 $\wp$ 是空间 X 的覆盖.

(1) $\wp$ 称为 X 的 k 网 (k-networks)[4], 若对 X 中的每个紧集 K 及 X 中包含 K 的开集 V, 存在 $\wp$ 的有限子族 $\wp'$ 使 $K \subset \bigcup \wp' \subset V$. $\wp$ 称为 X 的闭 k 网，若 $\wp$ 是由 X 的闭子集组成的 k 网.

(2) $\wp$ 称为 X 的 cs^* 网 (cs^*-networks)[5](cs 网 (cs-networks)[6]), 若 $\{x_n\}$ 是 X 中收敛于

收稿日期： 1997-09-16.
国家自然科学基金资助项目和福建省自然科学基金资助课题.
1997 年国际拓扑学学术会议 (浙江，金华) 大会报告.

点 x 的序列而 V 是 x 在 X 中的邻域，则存在 $\{x_n\}$ 的子序列 $\{x_{n_i}\}$(存在 $m \in N$) 和 $P \in \wp$ 使 $\{x\} \bigcup \{x_{n_i} : i \in N\} \subset P \subset V(\{x\} \bigcup \{x_n : n \geq m\} \subset P \subset V)$.

显然，空间的基是它的 k 网， cs 网和 cs^* 网.

2 乘积空间的 k 空间性质

定义 2.1[7] 空间 X 称为 k 空间 (k-spaces), 如果 $A \subset X$ 使得对 X 的每一紧子集 K 有 $K \bigcap A$ 是 K 闭子集，则 A 是 X 的闭子集.

k 空间的简单描述就是关于其全体紧子集组成的覆盖具有弱拓扑. 而一个关于其紧子集组成的可数覆盖具有弱拓扑的空间称为 k_ω 空间，它是重要的 k 空间类. 局部 K_ω 空间，第一可数空间和局部紧空间都是 k 空间. k 空间有较好的运算性质 [8]. 然而，两个 k 空间的乘积空间未必是 k 空间.

问题 2.2[9] 设 X, Y 是 k 空间，寻求 $X \times Y$ 是 k 空间的充分且必要条件.

解决上述问题的困难在于乘积空间的子集如何表为因子空间的子集之积. 在映射理论中 Michael 的问题涉及什么条件下两个商映射的乘积映射是商映射. Michael 的问题与代数拓扑等分支也有一定的联系. 如在研究万有从构造中 Milnor[10] 本质上证明了两个 K_ω 空间的乘积空间是 k 空间；在研究 CW 复形可乘性中刘应明 [11] 本质上证明了在连续统假设下两个 CW 复形的乘积空间是 CW 复形的充分且必要条件是乘积空间是 k 空间 [12]. 先看几个乘积空间是 k 空间的简单例子.

引理 2.3 若空间 X, Y 满足下述条件之一，则 $X \times Y$ 是 k 空间.

(1) X, Y 都是第一可数空间.

(2) X, Y 之一是局部紧空间，另一是 k 空间 [13].

(3) X, Y 都是局部 K_ω 空间 [10].

下面介绍 Michael 问题的研究进展. 第一个重要结果是在由特定 k 网所确定的空间类中获得的.

定理 2.4[14] 如果 X, Y 都是具有 σ 局部有限 k 网的空间，那么 $X \times Y$ 是 k 空间当且仅当 X, Y 满足引理 2.3 中的三个条件之一.

为了叙述的简洁起见，我们称空间对 X, Y 满足 Tanaka 条件，若它满足引理 2.3 中的三个条件之一. 在哪些较弱的空间类中可用 Tanaka 条件来刻画乘积空间的 k 空间性质是近年来 Michael 问题研究的重要方向之一. 它的进一步发展依赖于集论假设 $BF(\omega_2)$. ${}^\omega\omega$ 表示所有从 ω 映入 ω 的函数之集合. 对于 $f, g \in {}^\omega\omega$, 定义 $f \leq g$ 如果 $\{n \in \omega : f(n) > g(n)\}$ 是有限集. $BF(\omega_2)$ 是断言：如果 $F \subset {}^\omega\omega$ 的基数小于 ω_2, 则存在 $g \in {}^\omega\omega$ 使得对所有 $f \in F$ 有 $f \leq g$. 我们知道 "CH $\Rightarrow BF(\omega_2)$"[15].

定理 2.5[15] 下述条件相互等价：

(1) $\neg BF(\omega_2)$.

(2) $S_\omega \times S_{\omega_1}$ 不是 k 空间.

(3) 如果 X, Y 都是度量空间的闭象，那么 $X \times Y$ 是 k 空间当且仅当 X, Y 满足 Tanaka 条件.

度量空间的闭象是 M_1 空间 (即具有 σ 闭包保持基的空间)(见 [3] 推论 3.4.20). Tanaka[14] 已构造了可分的 M_1 空间 Z 使 Z^ω 是 k 空间，但是 Z 不满足 Tanaka 条件. 空间 X 的子集

族 $\wp$ 称为 X 的遗传闭包保持 (hereditarily closure- preserving) 集族，如果对 $H(P)\subset P\in\wp$ 有 $\bigcup\{\overline{H(P)}:P\in\wp\}=\overline{\cup\{H(P):P\in\wp\}}$. 度量空间的闭象具有 σ 遗传闭包保持 k 网.

定理 2.6[16] 下述条件相互等价：

(1) $\neg BF(\omega_2)$.

(2) 如果空间 X,Y 都具有 σ 遗传闭包保持 k 网，那么 $X\times Y$ 是 k 空间当且仅当 X,Y 满足 Tanaka 条件.

空间 X 的子集族 $\wp$ 称为 X 的紧可数 (compact-countable) 集族，若 X 的任一紧子集至多与 $\wp$ 中可数个元相交. 具有 σ 遗传闭包保持 k 网的空间及 CW 复形都具有紧可数 k 网. 文献 [17] 在最后的补充材料中提到了两个具有紧可数 k 网的 k 空间的乘积空间是 k 空间的结果，在此我们给出一个简单的证明. 先叙述几条引理.

引理 2.7[18]$(\neg BF(\omega_2))$ 设 $S_\omega\times X$ 是 k 空间. 若 X 具有紧可数 k 网，则 X 是局部 K_ω 空间.

引理 2.8[19] 设 X 是具有点可数 k 网的 k 空间. 若 X 不含有闭子空间同胚于 S_2 或 S_ω, 则 X 是第一可数空间.

引理 2.9 设 $S_\omega\times Z$ 是 k 空间，则 Z 的每一第一可数点具有紧的邻域 (见 [3] 引理 3.8.15 和定理 3.1.9).

引理 2.10 下述条件相互等价：

(1) $\neg BF(\omega_2)$.

(2) 如果空间 X,Y 都具有紧可数 k 网，那么 $X\times Y$ 是 k 空间当且仅当 X,Y 满足 Tanaka 条件.

证明 (1)$\Rightarrow$ (2). 假设 $\neg BF(\omega_2)$. 由引理 2.3, 具有 Tanaka 条件的 k 空间对的乘积空间是 k 空间. 反之，设空间 X,Y 都具有紧可数 k 网，且 $X\times Y$ 是 k 空间，下面依次讨论 X,Y 是否含有闭子空间同胚于 S_2 或 S_ω.

(a) 如果 X,Y 都含有闭子空间同胚于 S_2 或 S_ω, 由于 S_ω 是 S_2 的完备象 [3, 例 2.9.26], 所以 $S_\omega\times X$ 和 $S_\omega\times Y$ 都是 k 空间，再由引理 2.7 知 X,Y 都是局部 K_ω 空间.

(b) 如果 X 含有闭子空间同胚于 S_2 或 S_ω, 而 Y 不含有闭子空间同胚于 S_2 和 S_ω, 那么 $S_\omega\times Y$ 是 k 空间，且由引理 2.8 知 Y 是第一可数空间，再由引理 2.9,Y 是局部紧空间. 同理可证，如果 Y 含有闭子空间同胚于 S_2 或 S_ω, 而 X 不含有闭子空间同胚于 S_2 或 S_ω, 那么 X 是局部紧空间.

(c) 如果 X,Y 都不含有闭子空间同胚于 S_2 或 S_ω, 由引理 2.8 知 X,Y 都是第一可数空间.

综上所述，空间 X,Y 满足 Tanaka 条件.

(2) $\Rightarrow$ (1). 空间 S_ω,S_{ω_1} 都具有紧可数 k 网，但是它们不满足 Tanaka 条件，所以 $S_\omega\times S_{\omega_1}$ 不是 k 空间. 由定理 2.5, $\neg BF(\omega_2)$.

问题 2.11 假设 $\neg BF(\omega_2)$. 如果空间 X,Y 都具有点可数 k 网且 $X\times Y$ 是 k 空间，那么 X,Y 是否满足 Tanaka 条件？

该问题涉及 Tanaka[20] 提出的寻求两个度量空间的商 s 象的乘积空间是 k 空间的充要条件的问题，陈怀鹏 [21] 获得部分结果，相关的结论有

定理 2.12[18,22] 下述条件相互等价：

(1) $\neg BF(\omega_2)$.

(2) 如果 Frechet 空间 X,Y 都具有点可数 k 网，那么 $X\times Y$ 是 k 空间当且仅当 X,Y 满足 Tanaka 条件.

Shibakov[22] 在 (CH) 下构造了具有点可数闭 k 网的 σ 紧空间 Γ_B 使 $\Gamma_B\times S_\omega$ 是 k 空间，但是 Γ_B 不是 K_ω 空间. 在 ZFC 中得出的乘积空间 k 空间性质的正面结果有：

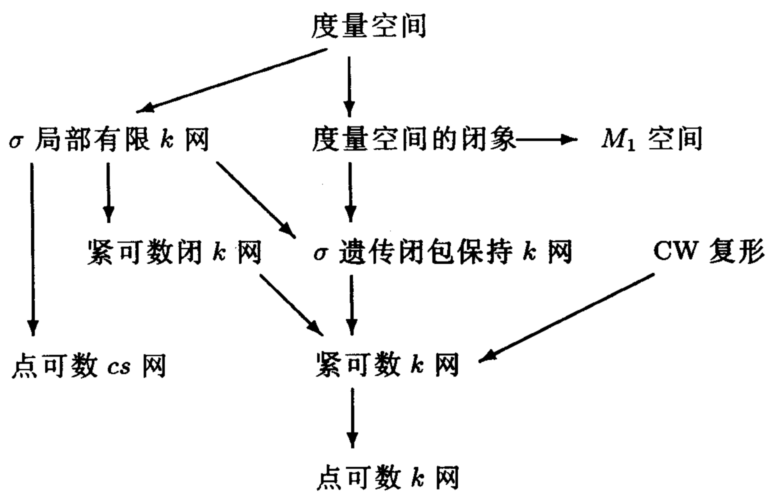
定理 2.13 若空间 X,Y 满足下述条件之一，则 $X\times Y$ 是 k 空间当且仅当 X,Y 满足 Tanaka 条件：

(1) X,Y 都具有紧可数的闭 k 网 [18].

(2) X,Y 都是度量空间的伪开 s 象 [18,22].

(3) X,Y 都是具有点可数 cs 网的序列空间 [23].

从以上的论述可以看出 Tanaka 条件是 Michael 问题的一个解，但是寻求更具有一般性的条件的工作将是非常有趣的 [24]. 另一方面，关于 k 空间的可数乘积是 k 空间的讨论可见文献 [18], 陈怀鹏 [25,26] 也有很好的工作，而对任意乘积空间的 k 空间性质 Onal [27] 证明了如果对每一基数 α, X^α 是 k 空间，那么 X 是紧空间. 本节中提到的一些集族性质之间的关系如下图.



3 度量空间的紧覆盖商 s 象

先回忆几个概念. 设 $f: X\to Y$ 是映射. f 称为 s 映射 (s-maps), 若每一 $f^{-1}(y)$ 是 X 的具有可数基的子空间. f 称为紧覆盖映射 (compact-covering maps), 若 Y 的每一紧子集都是 X 的某一紧子集在 f 下的象. f 称为序列覆盖映射 (sequence-covering maps), 若 Y 的每一含极限点的收敛序列都是 X 的某一紧子集在 f 下的象. 1973 年 Michael 和 Nagami[28] 证明了对空间 X 下述条件相互等价：(1) X 具有可数基；(2)X 是度量空间的开 s 象；(3)X 是度量空间的紧覆盖开 s 象；并且提出问题：

问题 3.1[28] 度量空间的商 s 象是否也是度量空间的紧覆盖商 s 象？

该问题已被列为一般拓扑学中尚未解决的经典问题 [29]. 与此相关的是早在 1966 年由 Arhangel'skii[30] 提出的问题：寻求度量空间的商 s 象的内在刻画. 回答 Michael 和 Nagami

问题的困难在于紧覆盖映射的建立以及寻求度量空间上两类映射象空间的内在特征．若将紧覆盖映射减弱为序列覆盖映射，1984 年获得了重要的进展．

定理 3.2[31]　度量空间的商 s 象是度量空间的序列覆盖商 s 象．

Gruenhage 等的论文 [31] 也给出了度量空间的商 s 象的内在刻画，但对 Arhangel'skii 问题漂亮的回答在 1987 年由 Tanaka 给出．

定理 3.3[32]　空间 X 是度量空间的商 s 象当且仅当 X 是具有点可数 cs* 网的序列空间．

如果仅讨论点可数 cs* 网，Tanaka 的定理可推广为空间 X 是度量空间的序列覆盖 s 象当且仅当 X 具有点可数 cs* 网 (见 [3] 定理 2.7.5)．象空间为 k 空间 (序列空间) 的紧覆盖映射 (序列覆盖映射) 是商映射，而商映射保持 k 空间性质和序列空间性质 ([3] 命题 2.1.16 和命题 2.3.1)．针对构造紧覆盖映射的困难，有必要了解熟知的空间中哪些可表为度量空间的紧覆盖 s 象．

定理 3.4[33]　具有点可数闭 k 网的空间是度量空间的紧覆盖 s 象．

定理 3.5[23]　具有点可数 cs 网且每一紧子集可度量化的空间是度量空间的紧覆盖 s 象．

具有点可数闭 k 网的空间类和具有点可数 cs 网且每一紧子集可度量化的空间类都严格含于可表为度量空间的紧覆盖 s 象的空间类中，Michael 和 Nagami 问题的解决最终涉及寻求度量空间的紧覆盖 s 象的内在刻画．这一想法在近年来有了新的进展．设 K 是空间 X 的紧子集，由 K 的闭子集组成的 K 的有限覆盖称为 K 的紧有限分解 (compact finite partition)．若 K 在 X 中的有限覆盖 $\wp$ 存在 K 的紧有限分解 — 加细，则称 $\wp$ 是 K 的 CFP 覆盖．易见，空间的紧子集 K 的有限开覆盖或有限闭覆盖都是 K 的 CFP 覆盖．CFP 覆盖已在刻画度量空间的紧覆盖紧象方面显示特有的作用 [34]．

定义 3.6　设 $\wp$ 是空间 X 的覆盖．

(1) $\wp$ 称为 X 的强 k 网 (strong k-networks)[35]，若对 X 中的每个紧集 K，存在 $\wp$ 的可数子族 $\wp(K)$ 满足：对 K 的任意紧子集 L 和 X 中包含 L 的开集 V，存在 $\wp(K)$ 的有限子族 $\wp'$ 使 $\wp'$ 是 L 的 CFP 覆盖且 $\bigcup\wp'\subset V$．

(2) $\wp$ 称为 X 的紧有限分解网 (compact-finite-partition networks)[36]，若对 X 中的每个紧集 K 及 X 中包含 K 的开集 V，存在 $\wp$ 的有限子族 $\wp'$ 使 $\wp'$ 是 K 的 CFP 覆盖且 $\bigcup\wp'\subset V$．

(3) $\wp$ 称为 X 的序列有限分解网 (sequence-finite-partition networks)[36]，若对 X 中的每个含极限点的收敛序列 K 及 X 中包含 K 的开集 V，存在 $\wp$ 的有限子族 $\wp'$ 使 $\wp'$ 是 K 的 CFP 覆盖且 $\bigcup\wp'\subset V$．

空间 X 的强 k 网是 X 的紧有限分解网，而对 X 的点可数覆盖 $\wp$，$\wp$ 是 X 的 cs^* 网当且仅当它是 X 的序列有限分解网 (见 [3] 引理 2.7.4)．CFP 覆盖有类似点可数族的 Miscenko 引理的性质．

引理 3.7[36]　设 $\wp$ 是空间 X 的点可数覆盖，若 K 是 X 的非空紧集，则由 $\wp$ 的元组成的 K 的极小 CFP 覆盖至多可数．

引理 3.8　设 $\wp$ 是空间 X 的点可数覆盖，若 $\wp$ 是 X 的紧有限分解网，则 $\wp$ 也是 X 的强 k 网．

证明　设 K 是 X 的非空紧集．由引理 3.7，记由 $\wp$ 的元组成的 K 的极小 CFP 覆盖

族为 $\mathcal{F}=\{\wp_i : i\in N\}$, 则 $\wp(K)=\bigcup\mathcal{F}$ 是 $\wp$ 的可数子族. 对 K 的任意非空紧子集 L 的 X 中包含 L 的开集 V, 存在 L 在 K 中的开邻域 W 使 $\mathrm{cl}_K W\subset V$, 于是存在 $\wp$ 的有限子族 $\wp'$ 使 $\wp'$ 是 $\mathrm{cl}_K W$ 的 CFP 覆盖且 $\bigcup\wp'\subset V$. 由于紧集 $K\backslash W\subset X\backslash L$, 又存在 $\wp$ 的有限子族 $\wp''$ 使 $\wp''$ 是 $K\backslash W$ 的 CFP 覆盖且 $\bigcup\wp''\subset X\backslash L$. 令 $\wp^*=\wp'\bigcup\wp''$, 则 $\wp^*$ 是 K 的 CFP 覆盖, 于是存在 $k\in N$ 使 $\wp_k\subset\wp^*$. 设 $\wp_k=\{P_i : i\le n\}$ 被 K 的紧有限分解 $\{F_i : i\le n\}$ 一一加细, 让 $\hat{\wp}=\{P_i\in\wp_k : F_i\bigcap L\ne\emptyset\}$, 那么 $\hat{\wp}$ 是 L 的 CFP 覆盖且 $\bigcup\hat{\wp}\subset V$, 所以 $\wp$ 也是 X 的强 k 网.

由文 [35] 关于度量空间紧覆盖 s 象的内在刻画, 有

定理 3.9 对空间 X, 下述条件相互等价:

(1) X 是度量空间的紧覆盖 s 象.

(2) X 具有点可数的强 k 网.

(3) X 具有点可数的紧有限分解网.

由此, 度量空间的紧覆盖商 s 象可以刻画为具有点可数紧有限分解网的 k 空间, Michael 和 Nagami 问题可转化为具有点可数的 cs^* 网 (或点可数的序列有限分解网) 的序列空间是否具有点可数的紧有限分解网. 本节中提到的一些集族性质之间的关系如下图.

$$
\begin{tikzcd}
& \text{点可数基} \arrow[d] & \\
& \text{点可数 cs 网且每一紧子集可度量化} \arrow[d] \arrow[ddl] & \text{点可数闭 } k \text{ 网} \arrow[d] \\
& \text{点可数紧有限分解网} \arrow[d] \arrow[r, shift left] & \text{点可数强 } k \text{ 网} \arrow[l, shift left] \arrow[dd] \\
\text{点可数 cs 网} \arrow[r] & \text{点可数序列有限分解网} \arrow[d, shift left] & \\
& \text{点可数 cs}^* \text{ 网} \arrow[u, shift left] & \text{点可数 } k \text{ 网}
\end{tikzcd}
$$

参考文献

1 Aull C E. A survey paper on some base axioms. *Topology Proc.*, 1978, 3: 1–36.

2 Michael E A. $\mathcal{N}_0$-spaces. *J. Math. Mech.*, 1966, 15: 983–1002

3 林寿. 广义度量空间与映射. 北京: 科学出版社, 1995.

4 O'Meara P. On paracompactness in function spaces with compact open topology. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1971, 29: 183–189.

5 Gao Zhimin(高智民). $\aleph$-space is invariant under perfect mappings. *Questions Answers Gen. Topology*, 1987, 5: 271–279.

6 Siwiec F. Sequence-covering and countably-bi-quotient mappings. *Gen. Topology Appl.*, 1971, 1: 143-154.

7 Gale D. Compact sets of functions and function rings. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1950, 1: 303–308.

8 Engelking R. General Topology. Warszawa: Polish Scientific Publishers, 1977.

9 Michael E A. On k-spaces, k_R-spaces and $k(X)$.*Pacific J. Math.*, 1973, 47: 487–498.

10 Milnor J. Construction of universal bundles I. *Ann. Math.*, 1956, 63: 272–284.

11 刘应明. CW 复形可乘的一个充分条件. 数学学报, 1978, 21: 171–175.

12 Tanaka Y. Products of CW-complexes.*Proc. Amer. Math. Soc.*, 1982, 86: 503–507.

13 Cohen D E. Spaces with weak topology. *Quart. J. Math. Oxford*, 1954, 5: 77–80.

14 Tanaka Y. A characterization for the products of k-and $\aleph$-spaces and related results. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1976, 59: 149–155.

15 Gruenhage G. k-spaces and products of closed images of metric spaces. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1980, 80: 478–482.

16 Dai Mumin(戴牧民), Liu Chuan(刘川). k-spaces and products of spaces with σ-hereditarily closure-preserving k-networks. *Northeastern Math. J.*, 1994, 10: 267–272.

17 Liu Chuan(刘川), Tanaka Y. Spaces with a star-countable k-network, and related results. *Topology Appl.*, 1996, 74: 25–38.

18 Liu Chuan(刘川), Lin Shou(林寿). k-spaces property of product spaces. *Acta Math. Sinica*, 1997, 13(3): 113–120.

19 Lin Shou(林寿). A note on the Arens'space and the sequential fan. *Topology Appl.*, 1997, 20: 1–12.

20 Tanaka Y. On the products of k-spaces question. *Questions Answers Gen. Topology*, 1983, 1: 36–50.

21 Chen Huaipeng(陈怀鹏).The products of k-spaces with point-countable closed k-networks. *Topology Proc.*, 1990, 15: 63–82.

22 Shibakov A. Sequentiality of products of spaces with point-countable k- networks. Preprint, 1996.

23 Lin Shou(林寿), Liu Chuan(刘川).On spaces with point-countable cs-networks. *Topology Appl.*, 1996, 74: 51–60.

24 Tanaka Y. Necessary and sufficient conditions for products of k-spaces. *Topology Proc.*, 1990, 15: 281–313.

25 Chen Huaipeng(陈怀鹏). A note on countable products of locally K_ω -spaes. *Topology Proc.*, 1992, 17: 137–144.

26 Chen Huaipeng(陈怀鹏). An answer to a conjecture on the countable products of k-space. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1995, 121: 583–587.

27 Onal S. Power stability of k-spaces and compactness. *Fund. Math.*, 1991, 138: 193–195.

28 Michael E A, Nagami K. Compact-covering images of metric spaces. *Proc. Amer. Math. Soc.*, 1973, 37: 260–266.

29 Michael E A. Some problems. In: Open Problems in Topology, Van Mill J and Reed G M Eds, Amsterdam: North-Holland 1990, 271–278.

30 Arhangel'skii A V. Mappings and spaces. *Uspechi Mat. Nauk*, 1966, 21(4): 133–184 (Russian).

31 Gruenhage G, Michael E A, Tanaka Y. Spaces determined by point-countable covers. *Pacific J. Math.*, 1984, 113: 303–332.

32 Tanaka Y. Point-countable covers and k-networks. *Topology Proc.*, 1987, 12: 327–349.

33 Michael E A. $\aleph_0$'-spaces and a function space theorem of R. Pol. *Indiana Univ. Math. J.*, 1977, 26: 299–306.

34 燕鹏飞. 度量空间的紧映象. 数学研究, 1997, 30: 185–187, 198.
35 刘川, 戴牧民. 度量空间的紧覆盖 s 象. 数学学报, 1996, 39: 41–44.
36 燕鹏飞, 林寿. 度量空间的紧覆盖 s 映射. 待发表.

k-networks and Two Michael's Problems

Lin Shou

(*Fujian Ningde Teacher's College, Ningde, Fujian, 352100, P. R. China*)

Yan Pengfei

(*Anhui University, Hefei, Anhui, 230039, P. R. China*)

Liu Chuan

(*Guangxi University, Nanning, Guangxi, 530004, P. R. China*)

Abstract In this paper advances of the problem on k-spaces property of product spaces posed by Michael in 1973 and the problem on compact-covering quotient s-images posed by Michael and Nagami in 1973 show that k-networks are a powerful tool studing generalized metric spaces.

Key words k-networks; cs^*-networks; cs-networks; k-spaces; Tanaka's contitions; $\mathrm{BF}(\omega_2)$; compact-covering maps; s-maps