关于 Arhangel′ skii 的"映射与空间"(续)

林 寿

(福建省宁德师范专科学校)

(上接 1992 年第 8 卷第 4 期第 400 页)1970 年 Burke[77]证明了 θ—可加细的 p—空间是严格 p—空间,并于 1972 年提出严格 p—空间问题[78]:严格 p—空间是否是 θ—可加细空间?1986 年江守礼[79]肯定地回答了这个问题(这可以被认为是我国一般拓扑学工作者作出的最好的结果之一).因而严格 p—空间等价于 θ—可加细的 p—空间.由此,其它几个关于严格 p—空间的老问题(如具有 G_δ—对角线的严格 p—空间是否是可展空间,完备映射是否保持严格 p—空间)也得到解决.

问题 2.5.2 次仿紧空间

Ⅰ σ—仿紧空间的完备原像是 σ—仿紧空间.(猜测 5.1)

Ⅱ σ—仿紧性在完备映射下是否保持?

Ⅲ 具有 σ—离散网的空间是否是 σ—仿紧空间?

Ⅳ 弱仿紧、σ—仿紧的 p—空间是仿紧空间.(猜测 5.2)

Ⅴ σ—仿紧的 p—空间刻划了可展空间的完备原像.(猜测)

答 Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ是肯定的,Ⅳ、Ⅴ是否定的.

拓扑空间 X 称为次仿紧空间,如果 X 的任一开覆盖存在 σ—离散的闭加细.Burke[73]证明了(1) σ—仿紧性等价于次仿紧性,(2) 次仿紧空间的正则完备原像是次仿紧空间,(3) 闭映射保持次仿紧性,(4) 具有 σ—离散网的正则空间是次仿紧空间.因而Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ是肯定的.由于存在非仿紧的局部紧(因而 p—)、弱仿紧、次仿紧空间[80],所以Ⅳ是否定的.显然,可展空间的完备原像是次仿紧的 p—空间.但是,次仿紧的 p—空间未必是某一可展空间的完备原像.Chaber[81]构造了一个局部紧的次仿紧空间,但它不可表为任一可展空间的完备原像.至于可展空间的完备原像的内在刻划已由 Isiwata[82]得到.

注 对于任何拓扑空间 X,下述条件相互等价[80]:

(1) X 是次仿紧空间.

(2) X 的任一开覆盖存在 σ—局部有限闭加细.

(3) X 的任一开覆盖存在 σ—闭包保持闭加细.

(4) X 的任一开覆盖存在 σ—胶垫加细.

(5) X 是 σ—仿紧空间.

上述 Burke[73]、Coban[83]、Junnila[84]关于次仿紧空间的刻划与 Michael 五十年代关于仿紧性的著名刻划相平行.次仿紧性对于 σ—空间正如仿紧性对于度量空间.可以认为 1969 年 Burke 建立的次仿紧性是从 1944 年 Dieudonné 定义仿紧性之后将近半个世纪来所发现的各类覆盖性质中最重要的性质之一.这一方面是因为它优美的刻划使得在应用上极为方便,另一方面是因为相

当一大类广义度量空间不具有仿紧性，而确具有次仿紧性.

问题 2.5.3 连续一对一映射(2) (见问题 2.4.8、 2.6.3)

Ⅰ 当用连续一对一映射把一个 p－空间或局部紧空间映成可展空间时，它自身是否是一个可展空间?

Ⅱ 在什么补充条件下如下结论成立:如果一个空间能用完备映射映成类 A 中的某个空间，又能用连续一对一映射映成类 A 中的某个空间，则此空间本身属于类 A. 对于层空间类，上述命题是否成立?

答 Ⅰ是否定的，Ⅱ对层空间成立.

Van Douwen 和 Wicke[85] 构造了一个非可展的局部紧空间使它能用连续一对一映射映成一个度量空间. 对于 Ⅱ，若类 A 中的空间是关于闭子空间遗传，关于有限积封闭，那么命题成立[86]. 因而，对于层空间上述命题成立. 其实，利用 Borges[52]所证明的"层空间的完备原像是一个层空间当且仅当它具有 G_δ－对角线"也可给出 Ⅱ 中关于层空间问题的一个肯定回答.

注 一个空间称为次可度量化空间，如果它是度量空间的连续一对一原像. 由于度量空间在拓扑学中的地位，决定了次可度量化空间在连续一对一原像问题中占据了中心位置. Burke 和 Lutzer[87] 提出了关于次可度量性所引起注意的三个问题:

(1) 哪些空间是次可度量化的?

(2) 一个次可度量化空间存在多少个可度量化的子拓扑?

(3) 次可度量性的不变性质是什么?

这些问题的进展情况可参看文献[87、88、89]

问题 2.5.4 度量空间的开完备原像

Ⅰ 设 f 是从紧空间 X 到紧度量空间 Y 上的开 S－映射，那么 X 是否是可度量化空间? (问题 5.5)

Ⅱ 度量空间的开完备 S－原像是否是可度量化空间? (问题 5.6)

答 Ⅰ、Ⅱ 都是否定的.

Przymusinski[90] 构造了一个不可度量化的完正规紧空间使它是一个紧度量空间在可数到一的开完备映射下的原像.

问题 2.5.5 M－空间的度量化

Ⅰ 具有点可数基的仿紧 p－空间是否是可度量化空间? (问题 5.8)

Ⅱ 在怎样补充限制下，度量空间的完备原像是可度量化空间?

答 Ⅰ是肯定的，这由 Filippov[91]所证明. 这也是对 Ⅱ 的一个回答.

注 寻求仿紧 p－空间的可度量化条件是从 Arhangel' skii[76]定义了 p－空间之后一直到近年来都很热门的课题. 我们简要回顾它的发展过程以看到度量化问题在一般拓扑学中的地位. 继 1963 年 Arhangel' skii[76] 引进 p－空间后，1964 年为讨论积空间的正规性和仿紧性，Morita[92] 定义了 M－空间. 尽管 p－空间类和 M－空间类是互不相关的，但是仿紧 p－空间与仿紧 M－空间是相互等价的. 因而寻找 M－空间的度量化定理具有特别的意义. 基本方向是发现具有一定可数性条件(如 G_δ－对角线，点可数 p－基，δθ－基等)的 M－空间的度量化定理. 图 2 描述了大致的发展线索，其中符号 $\overset{A[B]}{C}$ 表示 A 在文献 B 中证明了满足条件 C 的空间是可度量化空间. 从中可以看出对度量化定理的认识是从紧空间开始，而后再讨论仿紧 p－空间、M－空间的度量化定理. 对于 p－空间主要讨论在什么条件下它是可展空间.

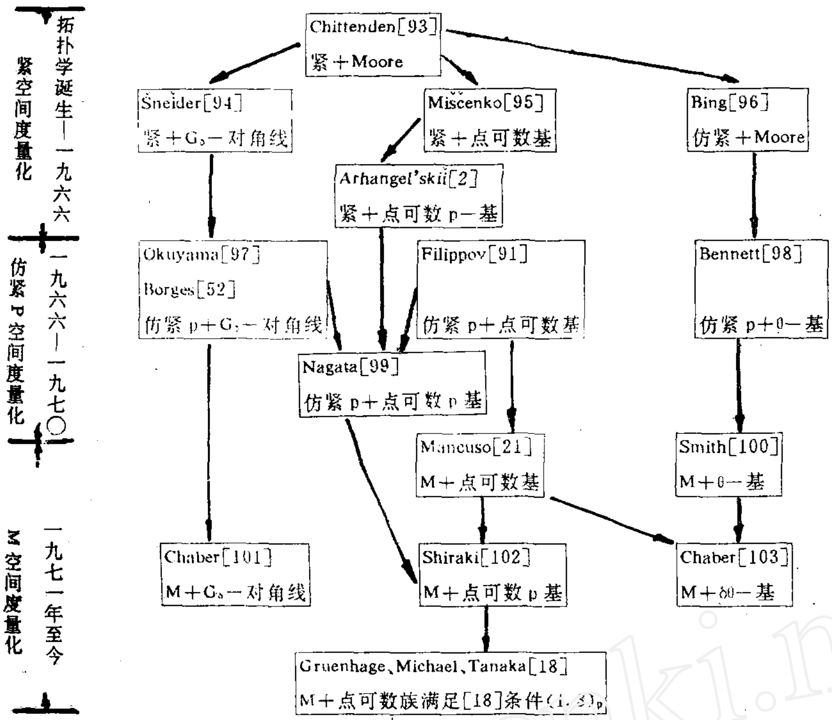

图 2　M－空间的度量化

问题 2.5.6　MOBI 类与 MOBOS 类

Ⅰ　MOBI 类中的每个空间

(1)　是否是对称度量空间？

(2)　是否是可展空间？

(3)　是否是弱仿紧空间？

开紧映射是否保持弱仿紧性？(问题 5.7)

Ⅱ　MOBI 类中的每个空间是否是 p－空间？p－空间的开紧像是否是 p－空间.

Ⅲ　MOBI 类中的每个仿紧空间是否是可度量化空间？

Ⅳ　MOBI 类中的每个空间是否是 perfect？MOBI 类中的任一 Lindelöf 空间是否是可度量化空间？

Ⅴ　完备映射是否保持 MOBI 类？

Ⅵ　(Alexandroff)　完备映射是否保持点可数基？(问题 5.10)

Ⅶ　对于 MOBOS 类中的任一空间 X

(1)　X 是否具有点可数基？

(2)　如果 X 是紧空间，X 是否是可度量化空间？

(3)　是否有 $\omega(X)\leqslant|X|$？(问题 5.9)

Ⅷ　MOBOS 类中的每个层空间是否是可度量化空间？

Ⅸ　拓扑结构取自 MOBOS 类中的每个线性拓扑空间(或拓扑群)是否是可度量化空间？

Ⅹ　设 X∈MOBOS 类，X 是否是 p－空间？X 是否是 perfect？

答　Ⅰ至Ⅳ是否定的. Ⅴ对于 $MOBI_1$ 类是肯定的. Ⅵ至Ⅸ是肯定的. Ⅹ是否定的.

Chaber[104]构造了一个完全正则、弱仿紧、可展空间 Z 和开紧映射 f：Z→X 使得 X 不是一完

全正则空间，但是X既不是p－空间，不是弱仿紧空间，也不具有G_δ－对角线. 这个例子否定了问题Ⅰ、Ⅱ以及Ⅹ的前半部分问题. Bennett[105]构造了一个正则Lindelöf、遗传仿紧的空间Y∈MOBI类，但是Y不是perfect. 空间Y的存在否定了问题Ⅲ、Ⅳ以及Ⅹ的后半部分问题. 对于$i \in \{1,2,3,3\frac{1}{2},4\}$，以$MOBI_i$表示包含所有度量空间以及在开紧映射下不变的$T_i$空间的极小类. Chaber[106]证明了$MOBI_1$类等价于具有点可数基的$T_1$空间类，而完备映射保持具有点可数基的$T_1$空间类[107]，所以完备映射保持$MOBI_1$类. Ⅵ由Filippov[107]肯定回答. 因为完备映射和开紧映射都保持点可数基，所以Ⅶ、Ⅷ是肯定的. 又因为第一可数的线性拓扑空间(或拓扑群)是可度量化空间. 于是Ⅸ是肯定的.

注 由于开紧映射的复合映射未必是一个开紧映射，又由于具有一致基的空间(等价地，弱仿紧的可展空间)正好是度量空间的开紧像[2]，Arhangel′skii[2]定义了MOBI类以逐步实现Alexandroff用映射对空间进行分类的设想. 引进MOBI类是Arhangel′skii论文的又一大特色，二十多年来在一般拓扑学方面的专家连续不断地研究MOBI类，并且有如此众多的学者投身于这一领域的探索都足以说明MOBI类在拓扑空间类中所充当的角色. 说到MOBI类，人们不可能不叙述1970年Bennett[105]所给出的定理：拓扑空间Y∈MOBI类当且仅当存在度量空间M和开紧映射的有限族$\{\phi_1,\phi_2,\cdots,\phi_n\}$使$(\phi_n\circ\phi_{n-1}\circ\cdots\circ\phi_1)(M)=Y$. Bennett定理是人们探求MOBI类的内在特征的一个重要里程碑. 因为通过它人们清楚了MOBI类、度量空间类以及开紧映射类这三者之间的一个精细关系. 整个七十至八十年代的二十年间人们研究MOBI类无一不是从Bennett的定理作为一个基点. 以MOBI(κ)表示度量空间类经过k次开紧映射复合所得到的像空间类. 为了给出MOBI类的内在特征，从Bennett定理蕴涵三个基本问题：

(1) 是否存在k使MOBI类＝MOBI(K)类？

(2) 在度量空间所具有的性质中哪些性质被开紧映射所保持？

(3) 在被开紧映射所保持的空间类中，哪些是MOBI类的子类？

(1)等价于MOBI类是否是可数可乘的[108]. 综合报告"关于空间和映射"[89]记述了二十多年来国内外关于(2)的研究成果. 粗略地说来被开紧映射所保持的拓扑性质只有T_1按点可数基、正则BCO以及以它们作为真子类的某些第一可数型的空间类，所以关于(3)可归结为两个更明确的问题：

(3.1) 具有点可数基的T_i空间类是否属于$MOBI_i$类？

(3.2) 具有BCO的正则空间是否属于$MOBI_3$类？

从Bennett定理易知一个T_i空间Y∈$MOBI_i$类当且仅当存在度量空间M和有限个具有T_i定义域的开紧映射$\{\phi_1,\phi_2,\cdots,\phi_n\}$使$(\phi_n\circ\phi_{n-1}\circ\cdots\circ\phi_1)(M)=Y$. 1986年Chaber[106]证明了具有可数基的T_1空间属于$MOBI_1$类. 1989年Bennett和Chaber[109]又证明了对于正则空间Y，Y是具有点可数基的scattered空间当且仅当Y是在MOBI类中的scattered空间. 至于MOBOS类是由于不知完备映射是否保持MOBI类而引进的，所以弄清楚MOBOS类的内在刻划的关键还是归结为寻求MOBI类的内在刻划. 关于MOBI类的最新进展及相关问题可参看Bennett和Chaber的综述报告[110].

问题2.5.7 FABOC类

寻求可分度量空间的商紧像的内在特征.

答 一个空间是可分度量空间的商紧像当且仅当它具有可数弱基[44].

本节中未解决的问题.

问题2.5.8　正规空间是否是零维正规空间的不可约完备像?(问题5.1)

问题2.5.9　线段与线段的伪乘积是否具有可数基?(问题5.4)

问题2.5.10　FABOC类中的空间具有怎样的内部特征?对于FABOC类中的空间,三种维数dim、ind和Ind是否等价?

2.6　空间的紧集和拓扑

问题2.6.1　k－空间(1)　(见问题2.6.5)

Ⅰ　当转移到k－先导时,下列性质是否保持?

(1)　完全正则性.

(2)　正规性.

(3)　完正规性.

(4)　仿紧性.

(5)　遗传Lindelöf性.(问题6.1)

Ⅱ　具有可数网的正则k_R－空间是否是一个k－空间?

答　Ⅰ、Ⅱ都是否定的.

Michael[11]构造了一个具有可数网的正则k_R－空间X使它的k－先导k(X)是非完全正则的正则空间.这时X不是k－空间.

问题2.6.2　仿紧空间的开映像(1)　(见问题2.6.6)

(Michael)　把一个仿紧空间映成到一个仿紧空间的开紧映射是否是紧覆盖映射?(问题6.2)

答　Alster[12]构造了一个可数的正则空间X到紧空间Y上的至多二到一的开映射f使f不是紧覆盖映射.

问题2.6.3　连续一对一映射(3)　(见问题2.4.8、 2.5.3)

具有可数基的紧T_1空间是否是紧T_2空间的连续一对一映像?

答　Bell等[13]构造了一个可数、第二可数的紧T_1空间使它不可表为任一紧T_2空间的连续映射的像.

问题2.6.4　第一可数紧空间的基数(2)　(见问题2.1.1)

是否存在第一可数的紧T_1空间X使$|X|>C$?(问题6.3)

答　Gryzlow[14]证明了对于任何紧T_1空间X有$|X|\leqslant 2^{\psi(X)}$,因而对任何第一可数的紧T_1空间X总有$|X|\leqslant C$.

本节中未解决的问题

问题2.6.5　k－空间(2)　(见问题2.6.1)

Ⅰ　对于完全正则空间X,是否有$\omega(X)=\omega(k(X))$?(问题6.1)

Ⅱ　完正规Lindelöf空间是完正规k－空间的连续像.(猜测6.1)

问题2.6.6　仿紧空间的开映像(2)　(见问题2.6.2)

强仿紧空间的开闭像是否是强仿紧空间?

3　结语

Alexandroff设想是广义度量空间的三个重要来源之一.Arhangel' skii的论文系统地发展

了 Alexandroff 的思想.通过剖析我们看到 Arhangel' skii 问题对于数理逻辑和集论拓扑(如基数函数,正规 Moore 空间猜测,L－空间,S－空间)、映射理论(如一对一映射,商 S－映射,商紧映射,伪开 S－映射,开紧映射,闭映射,完备映射)、广义度量空间理论(如 k－空间,p－空间,对称度量空间,可展空间,σ－空间,M－空间,层空间,Lašnev 空间,度量化问题)和覆盖理论(如 θ－可加细空间,次仿紧空间,仿紧空间)等拓扑学中的重要课题的研究产生了强有力的推动作用.

本文的大部分内容是依据我 1984 年至 1987 年在苏州大学读研究生期间收集的材料整理而成的.在此特向导师高国士教授表示感谢.这是因为高教授在映射理论方面所作出的出色成就以及在国内积极推崇 Alexandroff－Arhangel' skii 思想深深地激励我从事该方向的工作.这篇综合报告的完成是和高教授不断的鼓励以及无私的支持分不开的.在材料的收集过程中,得到苏州大学吴利生教授,山东大学江守礼副教授及四川大学博士生周金元同志的帮助,特此致谢.

附注 近来发现下述两问题已得到解决:

(1) 关于问题 2.4.7. Filippov 在假设 $2^{\aleph_1}>2^{\aleph_0}$ 下否定回答,文献见:"On the《degree of non－bicompactness》of a closed mapping of a paracompact, Vestnik Moskov Univ Ser Mat Meh, 1972; 4:9－11(Russian)".

(2) 关于问题 2.6.5(Ⅰ). Miwa 构造一反例给予否定回答,文献见:"A example of a topology space whose cardinality is not inherited by its k－leader, Sugaku, 1977; 29, 4: 360－360 (Japanese)".

参考文献

1 Alexandroff P. On some results concerning topological spaces and their continuous mappings. Proc Symp Gen Top; Prague 1961, 41－54

2 Arhangel' skii A. Mappings and spaces. Uspekhi Mat Nauk, 1966; 21(4): 115－162(Russian)(数学译林, 1981(2、3), 1982(2))

3 Arhangel' skii A. The cardinality of first－countable bicompacta. Dokl Akad Nauk SSSR, 1969; 187: 967－970 (Russian)

4 Alexandroff P, Urysohn P. Sur les espaces topologiques compacts. Bull Intern Acad Pol Sci Ser, 1923; A: 5－8

5 Juhász I. *Cardinal Functions in Topology*(Math Cént, Amsterdam, 1971)

6 Juhász I. Cardinal Functions in Topology－Ten Years Later(Math Cent, Amsterdam, 1980)

7 Hodel R. Cardinal functions I. Handbook of Set－Theoretic Topology(North－Holland, Amsterdam, 1984), 1－62

8 Juhász I. Cardinal functions II. Handbook of Set－Theoretic Topology (North－Holland, Amsterdam, 1984), 63－110

9 Arhangel' skii A. On the images of metric spaces. Dokl Akad Nauk SSSR, 1962; 145: 245－247(Russian)

10 Rudin M. E. Lectures on set theoretic topology(CBMS, Regional Conf Ser 23, 1975)

11 Nyikos P. A provisional solution to the normal Moore space problem. Proc AMS, 1980; 78: 429－435

12 Alexandroff P. On the metrization of topological spaces. Bull Acad Pol Sci Ser Math, 1960; 8: 135－140 (Russian)

13 Jones F B. Concerning normal and completely normal spaces. Bull AMS, 1937; 43: 671－177

14 van Mill J, Reed G. M. *Open Problems in Topology*(North－Holland, Amsterdam, 1990)

15 Kunen K, Vaughan J. Handbook of Set－Theoretic Topology(North－Holland, Amsterdam, 1984)

16 Lin Shou(林寿). On the quotient compact images of metric spaces. 数学进展, 1992; 21: 93－96

17 Hoshina T. On the quotient s—images of metric spaces. Sci Rep Tokyo Kyoiku Daigaku Sec, 1970; 10A: 265—268

18 Gruenhage G, Michael E, Tanaka Y. Spaces determined by point—countable covers. Pacific J Math, 1984; 113: 303—332

19 Tanaka Y. Point—countable covers and k—networks. Top Proc, 1987; 12: 327—349

20 Filippov V V. Quotient spaces and multiplicity of a base. Mat Sbornik, 1969; 80: 521—532(Russian)

21 Mancuso V J. Inverse images and first countability. Gen Top Appl, 1972; 2: 29—44

22 Michael E. A quintuple quotient quest. Gen Top Appl, 1972; 2: 91—138

23 Junnila H. Metacompactness, paracompactness and interior—preserving open covers. Trans AMS, 1979; 249: 373—385

24 Michael E, Nagami K. Compact—covering images of metric spaces. Proc AMS, 1973; 37: 260—266

25 Michael E. Some problems. Open Problems in Topology (North—Holland, Amsterdam, 1990), 273—278

26 Nyikos P. Metrizability and the Fréchet—Urysohn property in topological group. Proc AMS, 1981; 83: 793—801

27 Jakovlev N. On the theory of σ—metrizable spaces. Dokl Akad Nauk SSSR, 1976; 229: 1330—1331(Russian)

28 周浩旋. 关于第一可数公理的推广与 Arhangel' skii 问题. 数学学报, 1982; 25: 129—135

29 Harley P. W, Faulkner G. D. Metrization of symmetric spaces. Canad J Math, 1975; 27: 986—990

30 Kofner J. On a new class of spaces and some problems of symmetrizability theory. Dokl Akad Nauk SSSR, 1969; 187: 270—273(Russian)

31 Burke D, Davis S. Compactifications of symmetrizable spaces. Proc AMS, 1981; 81: 647—651

32 Michael E. Paracompactness and the Lindelöf property in finite and countable cartesian products. Composition Math. 1971; 23: 199—214

33 Siwiec F. On defining a space by a weak base. Pacific J Math, 1974; 52: 233—245

34 Lee K. On certain g—first countable spaces. Pacific J Math, 1976; 65: 113—118

35 Tanaka Y. Symmetric spaces, g—developable spaces and g—metrizable spaces. Math Japonica, 1991; 36: 71—84

36 Martin H. Weak bases and metrizabition. Trans AMS, 1976; 222: 337—344

37 林寿. 弱基与度量化定理. 四川大学学报(自然版)

38 Burke D. On k—semimetric spaces. Proc AMS, 1979; 73: 126—128

39 Lasnev N. Closed images of metric spaces. Dokl Akad Nauk SSSR, 1966; 170: 505—507(Russian)

40 Foged L. A characterization of closed images of metric spaces. Proc AMS, 1985; 95: 487—490

41 Slaughter F. The closed image of a metric space is M_1. Proc AMS, 1973; 37: 309—314

42 Chaber J. Generalizations of Lasnev theorem. Fund Math, 1983; 119: 85—91

43 Chaber J. Closed mappings onto metric spaces. Top Appl, 1982; 14: 131—142

44 林寿. 度量空间商映像的若干研究方向. 纯碎数学与应用数学

45 林寿. 仿紧局部紧空间的映像. 数学杂志

46 van Douwen E. Simultaneous linear extension of continuous functions. Gen Top Appl, 1975; 5: 297—319

47 Borges C. Absolute extension spaces: A correction and an answer. Pacific J Math, 1974; 50: 29—30

48 Heath R, Lutzer D. Zenor P. Monotonical normal spaces. Trans AMS, 1973; 178: 481—493

49 Lutzer D, Martin H. A note on the Dugundji extension theorem. Proc AMS, 1974; 45: 137—139

50 Borges C. Another generalization of the Dugundji extension theorem. Colloq Math, 1988; 56: 263—265

51 Heath R. A paracompact semi—metric space which is not an M_1—space. Proc AMS, 1966; 17: 868—870

52 Borges C. On stratifiable spaces. Pacific J Math, 1966; 17: 1—16

53 Szentmiklóssy Z. S—spaces and L—spaces under Martin' s Axiom. Colloq Math Soc Janos Bolyai, 1978; 23: 1139—1145

54 Tall F. On the existence of normal metacompact Moore spaces which are not metrizable. Canad J Math, 1974; 26: 1—6

55 Shakhmatov D. A regular symmetrizable L—space. C R Acad Bulgare Sci, 1987; 40(11): 5—8

56 Roitman J. Basic S and L. Handbook of Set—Theoretic Topology (North—Holland, Amsterdam, 1984), 295—326

57 Abraham U, Todorcevis S. Martin's axiom and first—countable S—and L—spaces. Handbook of Set—Theoretic Topology(North—Holland, Amsterdam, 1984), 327—346

58 Heath R. Stratifiable spaces are σ—spaces. Notices AMS, 1969; 17: 761

59 Borges C. Equivalence of separable, Lindelöf, CCC and $\aleph_1$—compact in generalized metric spaces. Math Japonica, 1982; 27: 389—394

60 Foged L. Normality in k—and $\aleph$—spaces. Top Appl, 1986; 22: 223—240

61 Arhangel'skii A. An addition theorem for the weight of sets lying in bicompacta. Dokl Akad Nauk SSSR, 1959; 126: 139—241(Russian)

62 林寿.覆盖性质与广义度量空间.宁德师专学报(自然版),1990;2(2):5—21

63 Okuyama A. Some generalizations of metric spaces, their metrization theorems and product spaces. Sci Rep Tokyo Kyoiku Daigaku Sec. 1967; A9: 236—254

64 Siwiec F, Nagata J. A note on nets and metrization. Proc Japan Acad, 1968; 44: 623—627

65 Heath R. Arc—wise connectedness in semi—metric spaces. Pacific J Math, 1962; 12: 1301—1319

66 高国士.σ—空间、Σ—空间和 Heath—Hodel 映像.数学研究与评论,1984;4(1)137—142,1986;6(4):155—163

67 Heath R. On open mappings and certain spaces satisfying the 1st countability axiom. Fund Math, 1965; 62: 91—96

68 Hodel R. Spaces defined by sequences of open covers which guarantee that certain sequences have cluster points. Duke Math J, 1972; 39: 253—263

69 Fletcher P, Lindgren W. On w△—spaces, wσ—spaces and $\Sigma^{\#}$—spaces. Pacific J Math, 1977; 71: 419—428

70 Nagata J. Metrizability, generalized metric spaces and g—functions. Comm Math Univ Carolinae, 1988; 29: 715—722

71 Okuyama A. On a generalization of Σ—spaces. Pacific J Math, 1972; 42: 485—495

72 Chaber J. Perfect images of p—spaces. Proc AMS, 1982; 85: 609—614

73 Burke D. On subparacompact spaces. Proc AMS, 1969; 23: 655—663

74 Filippov V. On the perfect images of a paracompact p—space. Dokl Akad Nauk SSSR, 1967; 176: 533—536(Russian)

75 Burke D, Stoltenberg R. A note on p—spaces and Moore spaces. Pacific J Math, 1969; 30: 601—608

76 Arhangel'skii A. On a class of spaces containing all metric spaces and all locally compact spaces. Dokl Akad Nauk SSSR, 1963; 151(4): 751—754(Russian)

77 Burke D. On P—spaces and w△—spaces. Pacific J Math, 1970; 35: 285—296

78 Burke D. Spaces with a G_δ—diagonal. Lecture Notes in Math, no. 378, 1972, 95—101

79 Jiang Shouli (江守礼). Every strict p—space is θ—refinable. Top Proc, 1986; 11: 309—316

80 Burke D. Covering properties. Handbook of Set—Theoretic Topology(North—Holland, Amsterdam, 1984), 347—422

81 Chaber J. Perfect preimages of Moore spaces. Bull Pol Acad, 1983; 31: 31—34

82 Isiwata T. Inverse images of developable spaces. Bull Tokyo Gakugei Univ Math Sci, 1971; 23: 11—21

83 Čoban M. On σ—paracompact spaces. Vestnik Moskov Univ Ser Mat Meh, 1969: 20—27(Russian)

84 Junnila H. On submetacompactness. Top Proc, 1978; 3: 375—405

85 van Douwen E, Wicke H. A real, weird topology on the reals. Houston J Math, 1977; 1: 141—152

86 Arhangel'skii A. Perfect mappings and condensations. Dokl Akaad Nauk SSSR, 1967; 176: 983—986(Russian)

87 Burke D, Lutzer D. Recent advances in the theory of generalized metric spaces. Proc Memphis State Univ Conf, Lecture Note in Pure and Applied Math (Marcel Dekker, New York, 1976), 1—70

88 Gruenhage G. Generalized metric spaces. Handbook of Set—Theoretic Topology (North—Holland, Amsterdam, 1984), 423—501

89 林寿.关于空间和映射.苏州大学学报(自然版),1989;5:313—326

90 Przymusinki T. Non—metrizable inverse images of metric space under open, perfect, countable—to—one mapping. Bull Acad Polon Sci Ser Math, 1972; 20: 49

91 Filippov V. On feathered paracompacta. Dokl Akad Nauk SSSR, 1968; 183: 555—558(Russian)

92 Morita K. Products of normal spaces with metric spaces. Math Ann, 1964; 154: 365—382

93 Chittenden E. On the metrization problem and related problems in the theory of abstract sets. Bull AMS, 1927; 33: 13—34

94 Šneider V. Continuous images of Souslin and Borel sets. Metrization theorems. Dokl Akad Nauk SSSR, 1950; 50: 77—79(Russian)

95 Miščenko A. Spaces with a point—countable base. Dokl Akad Nauk SSSR, 1962; 144: 985—988(Russian)

96 Bing R. Metrization of topological spaces. Canad J Math, 1951; 3: 175—186

97 Okuyama A. On metrizability of M—spaces. Proc Japan Acad, 1964; 40: 176—179

98 Bennett H. A note on the metrizability of M—spaces. Proc Japan Acad, 1969; 45: 6—9

99 Nagata J. A note on Filippov's theorem. Proc Japan Acad, 1969; 45: 30—33

100 Smith J. Properties of weak θ—refinable spaces. Proc AMS, 1975; 53: 511—517

101 Chaber J. Conditions which imply compactness in countably compact spaces. Bull Acad Pol Sci Ser Math, 1976; 24: 993—998

102 Shiraki T. M—spaces, their generalizations and metrization theorems. Sci Rep Tokyo Kyoiku Daigaku Sec, 1971; A11: 57—67

103 Chaber J. On point—countable collections and monotonic properties. Fund Math, 1977; 94: 209—219

104 Chaber J. Metacompactness and the class MOBI. Fund Math, 1976; 91: 211—217

105 Bennett H. On Arhangel' skii class MOBI. Proc AMS, 1970; 26: 178—180

106 Chaber J. On the class MOBI. Proc sixth Prague Top Symp, 1986: 77—82

107 Filippov V. Preservation of the order of a base under a perfect mapping. Soviet Math Dokl, 1968; 9: 1005—1007

108 Nagami K. Minimal class generated by open compact and perfect mappings. Fund Math, 1973; 78: 227—264

109 Bennett H, Chaber J. Scattered spaces and the class MOBI. Proc AMS, 1989; 106: 215—221

110 Bennett H, Chaber J. A survey of the class MOBI. Open Problems in Topology (North—Holland, Amsterdam, 1990), 223—229

111 Michael E. On k—spaces, k_R—spaces and k(X). Pacific J Math, 1973; 47: 487—498

112 Alster K. Remarks on compact—covering mappings. Bull Acad Pol Sci Math, 1971; 141—148

113 Bell M, Ginsburg J. On complete partially ordered sets and compatible topologies. Order, 1987; 4: 69—78

114 Gryzlow A. Two theorems on the cardinality of topological spaces. Soviet Math Dokl, 1980; 24: 506—509

ON ARHANGEL' SKII' S "MAPPINGS AND SPACES"

Lin Shou

(*Ningde Teachers' College, Fujian* 352100)

Abstract: This paper gives a survey for Arhangel' skii' s paper "mappings and Spaces" appeared in 1966.

Keywords: Continuous mapping, topological space, set—theoretic topology, generalized metric space, covering property.

(本文责任编辑:董张维)