

仿紧局部紧空间的映象*

林 寿

(福建省宁德师范专科学校)

摘要 本文借助于闭映射、伪开映射和商映射建立仿紧局部紧空间和几类具有某些特定性质 k 系空间之间的联系。

利用映射建立各种拓扑空间之间的联系是一般拓扑学研究的重要课题之一。1972年 E. Michael 分别利用开映射(或双商映射), 可数双商映射, 伪开映射和商映射建立仿紧局部紧空间与局部紧空间, 强 k' 空间, k' 空间和 k 空间之间的联系。1982年 Y. Tanaka 利用 1964年 A. Архангельский 引进的 k 系的概念, 研究了一些具有某种附加性质 k 系的空间与仿紧局部紧空间之间的联系。受上述启发, 本文借助于闭映射, 伪开映射和商映射建立仿紧局部紧空间与几类具有某些特定性质 k 系的空间之间的联系。

本文所论空间均指满足 T_2 分离性公理的拓扑空间, 而 Lindelof 性含 T_3 分离公理。映射是连续的满函数。先回忆几个概念。

由空间 X 的某些紧子集组成的 X 的复盖 \mathcal{K} 称为 X 的 k 系^[1], 如果 X 的子集 A 使得对于任意 $K \in \mathcal{K}$, $A \cap K$ 是 K 的闭子集, 那么 A 是 X 的闭子集。具有可数 k 系的空间称为 K_ω 空间^[2]。空间 X 称为 k' 空间, 如果 $\omega \in \bar{A} \subset X$, 那么存在 X 的紧子集 K 使 $\omega \in \overline{A \cap K}$ 。

设 P 是一拓扑性质, X 称为局部 P 空间, 如果对于 $\omega \in X$, 存在点 ω 在 X 中的开邻域 V 使 V 是具有性质 P 的子空间。容易证明, 局部紧空间是 k' 空间, k' 空间是 k 空间, 具有 Lindelof 性质的局部 K_ω 空间是 K_ω 空间。

设 $f: X \rightarrow Y$ 。 f 称为伪开映射, 如果对 Y 中的任意点 y 及 X 的开子集 V 使 $f^{-1}(y) \subset V$, 那么 $f(V)$ 是 y 在 Y 中的邻域。 f 称为 Lindelof 映射, 如果对于 $y \in Y$, $f^{-1}(y)$ 是 X 的 Lindelof 子空间。 f 称为强 Lindelof 映射, 如果对于 $y \in Y$, 存在 y 在 Y 中的开邻域 V 使 $f^{-1}(V)$ 是 X 的 Lindelof 子空间。为方便起见, Lindelof 映射, 强 Lindelof 映射分别记为 L 映射和 SL 映射。

为研究仿紧局部紧空间的映象, 我们先建立仿紧局部紧空间的用 k 系描述的特征。

引理 1 下列条件相互等价:

* 1988年12月14日收到, 1990年12月25日收到修改稿。福建省教委科学基金资助课题。国家自然科学基金资助项目。

- (1) X 是仿紧局部紧空间. (2) X 具有局部有限 k 系.
 (3) X 具有星有限 k 系.

引理的论证很容易从仿紧局部紧空间的性质得出, 故从略.

定理1 下列条件相互等价:

- (1) X 是仿紧局部 K_ω 空间. (2) X 具有 σ 局部有限 k 系.
 (3) 具有星可数 k 系. (4) X 具有 (σ) 局部可数 k 系.
 (5) X 是某一仿紧局部紧空间的商 SL 映象.

证 条件(1)、(2)和(3)的等价性已由文[3, 定理1]所证. 下面依次验证(3) \Rightarrow (5) \Rightarrow (4) \Rightarrow (3).

(3) \Rightarrow (5) 设 \mathcal{F} 是 X 的星可数 k 系. 由于 \mathcal{F} 是 X 的星可数子集族, 可以分解 $\mathcal{F} = \bigcup\{\mathcal{F}_\alpha : \alpha \in A\}$, 其中每一 \mathcal{F}_α 是 \mathcal{F} 的可数子族且对于 $\alpha \neq \beta$, 有 $(\bigcup \mathcal{F}_\alpha) \cap (\bigcup \mathcal{F}_\beta) = \emptyset$ [4, 引理3.10]. 对于 $\alpha \in A$, 让 $X_\alpha = \bigcup \mathcal{F}_\alpha$. 若 $F \in \mathcal{F}$, 那么 $F \cap X_\alpha$ 或者是 F , 或者是空集, 于是 X_α 是 X 的既开且闭的子集. 因而 $\{X_\alpha : \alpha \in A\}$ 是 X 的由互不相交, 既开且闭的子空间组成的复盖, 故 $X = \bigoplus\{X_\alpha : \alpha \in A\}$. 这时 \mathcal{F}_α 是 X_α 的可数的 k 系. 置 $Z_\alpha = \bigoplus\{F : F \in \mathcal{F}_\alpha\}$, 那么 Z_α 是仿紧局部紧空间. 让 f_α 是从 Z_α 到 X_α 上的显然映射. 由于 \mathcal{F}_α 是 X_α 的 k 系, f_α 是商映射. 置 $f = \bigoplus\{f_\alpha : \alpha \in A\}$, 那么 f 是从仿紧局部紧空间 $Z = \bigoplus\{Z_\alpha : \alpha \in A\}$ 到 X 上的商映射. 对于 $w \in X$, 存在 X 的既开且闭的子空间 X_α 使 $w \in X_\alpha$, 这时 $f^{-1}(X_\alpha) = Z_\alpha$. 因为 Z_α 是可数个紧子集之并, 于是 Z_α 是 Z 的 Lindelof 子空间. 故 f 是 SL 映射. 即 X 是仿紧局部紧空间 Z 在商 SL 映射 f 下的象.

(5) \Rightarrow (4) 设 X 是仿紧局部紧空间 Z 在商 SL 映射 f 下的象. 由引理1, Z 存在局部有限 k 系. 让 \mathcal{F} 是 Z 的局部有限 k 系. 置 $\mathcal{X} = \{f(F) : F \in \mathcal{F}\}$. 由于 f 是商映射, \mathcal{X} 是 X 的 k 系. 对于 $w \in X$, 由于 f 是 SL 映射, 存在点 w 在 X 中的开邻域 V 使 $f^{-1}(V)$ 是 Z 的 Lindelof 子空间. 而 Lindelof 空间的局部有限集族是可数的, 于是 $\{F \in \mathcal{F} : F \cap f^{-1}(V) \neq \emptyset\}$ 是 \mathcal{F} 的可数子集族, 即 $\{K \in \mathcal{X} : K \cap V \neq \emptyset\}$ 是 \mathcal{X} 的可数子族, 因而 \mathcal{X} 是 X 的局部可数集族. 总之, \mathcal{X} 是 X 的局部可数 k 系.

(4) \Rightarrow (3) 设 \mathcal{F} 是 X 的 σ 局部可数 k 系. 因为紧空间的局部可数集族是可数族, 所以 \mathcal{F} 也是 X 的星可数 k 系. 证毕.

定理2 下列条件相互等价:

- (1) X 是具有 σ 遗传闭包保持 k 系的 k' 空间.
 (2) X 是具有遗传闭包保持 k 系的空间.
 (3) X 是某一仿紧局部紧空间的闭映象.

证 我们依(1) \Rightarrow (2) \Rightarrow (3) \Rightarrow (1)的次序证明.

(1) \Rightarrow (2) 设 X 是一个具有 σ 遗传闭包保持 k 系的 k' 空间. 让 $\mathcal{F} = \bigcup\{\mathcal{F}_n : n \in \mathbb{N}\}$ 是 X 的 k 系, 其中每一 \mathcal{F}_n 是 X 的遗传闭包保持集族. 因为有限个遗传闭包保持集族之并仍然是遗传闭包保持集族, 不妨设 $\mathcal{F}_n \subset \mathcal{F}_{n+1}$. 置 $F_n = \bigcup \mathcal{F}_n$, 那么 $\{F_n : n \in \mathbb{N}\}$ 是 X 的上升的闭集列且复盖 X . 再置 $\mathcal{E}_1 = \mathcal{F}_1$, $\mathcal{E}_n = \{\overline{F \setminus F_{n-1}} : F \in \mathcal{F}_n\}$, $n > 1$, $G_n = \bigcup \mathcal{E}_n$.

由于 \mathcal{F}_n 是 X 的由紧子集组成的遗传闭包保持族, 于是 \mathcal{E}_n 也是 X 的由紧子集组成的遗

传闭包保持族。下面分三步证明 $\cup\{\mathcal{E}_n : n \in N\}$ 是 X 的遗传闭包保持 k 系。

第一步证明 $\cup\{\mathcal{E}_n : n \in N\}$ 是 X 的复盖。这只需证明 $F_n \subset \cup\{G_m : m \leq n\}$ 。设 $w \in F_n$ 。若 $w \in F_1$, 那么 $w \in G_1 \subset \cup\{G_m : m \leq n\}$ 。若 $w \notin F_1$, 那么存在 $i : 1 < i \leq n$, 使 $w \in F_i \setminus F_{i-1}$, 于是存在 $F \in \mathcal{F}_i \setminus \mathcal{F}_{i-1}$ 使 $w \in F$, 这时 $w \in F \setminus F_{i-1} \subset \overline{F_i \setminus F_{i-1}} \subset G_i$, 所以 $w \in \cup\{G_m : m \leq n\}$ 。因而 $F_n \subset \cup\{G_m : m \leq n\}$ 。

第二步证明 $\cup\{\mathcal{E}_n : n \in N\}$ 是 X 的遗传闭包保持集族。让 $\mathcal{E}_n = \{G_{n,\alpha} : \alpha \in A_n\}$ 。如果 $\cup\{\mathcal{E}_n : n \in N\}$ 不是 X 的遗传闭包保持集族, 那么存在闭子集 $H_{n,\alpha} \subset G_{n,\alpha}$ 使 $\cup\{H_{n,\alpha} : n \in N, \alpha \in A_n\}$ 不是 X 的闭子集。置 $H_n = \cup\{H_{n,\alpha} : \alpha \in A_n\}$, 由于 \mathcal{E}_n 是遗传闭包保持集族 H_n 是 X 的闭子集, 并且 $\cup\{H_n : n \in N\}$ 不是 X 的闭子集。由于 X 是 k 空间, 存在 X 的紧子集 K 使 $K \cap (\cup\{H_n : n \in N\})$ 不是 X 的闭子集, 于是对于 $m \in N$, $K \cap (\cup\{H_n : n \geq m\})$ 也不是 X 的闭子集, 因而 $K \cap (\cup\{H_n : n \geq m\})$ 是 X 的无限子集。所以用归纳法我们可选取 X 的点列 $\{w_i : i \in N\}$ 和 N 的一个子列 $\{n_i\}$ 使 $w_i \in H_{n_i}$, 并且 $w_{i+1} \in K \cap (\cup\{H_n : n > n_i\}) \setminus \{w_1, w_2, \dots, w_i\}$ 。由于 $\{w_i : i \in N\}$ 是紧子空间 K 的子集, 于是点集 $\{w_i : i \in N\}$ 存在聚点。让 w 是 $\{w_i : i \in N\}$ 的一个聚点, 不妨设 $w \notin \{w_i : i \in N\}$ 。因为 X 是 Hausdorff 空间, 存在 X 的开子集 V_i 使 $w_i \in V_i \subset \overline{V_i} \subset X \setminus \{w\}$ 。置 $B_i = V_i \cap (F_{n_i} \setminus F_{n_i-1})$, $B = \cup\{B_i : i \in N\}$ 。我们断言 $w \in \overline{B}$ 。事实上, 对于 X 的含点 w 的开集 W , 由于 w 是 $\{w_i : i \in N\}$ 的聚点, 存在 $i \in N$ 使 $w_i \in W$, 于是 $w_i \in W \cap V_i$ 。因为 $w_i \in H_{n_i}$, 存在 $\alpha \in A_{n_i}$ 使 $w_i \in H_{n_i,\alpha}$ 。因而存在 $F \in \mathcal{F}_{n_i}$ 使 $w_i \in H_{n_i,\alpha} \subset G_{n_i,\alpha} = \overline{F \setminus F_{n_i-1}}$, 故 $(W \cap V_i) \cap F \setminus F_{n_i-1} \neq \emptyset$, 这时 $W \cap B \supset W \cap B_i = (W \cap V_i) \cap (F_{n_i} \setminus F_{n_i-1}) \neq \emptyset$, 所以 $w \in \overline{B}$ 。因为 X 是 k' 空间, 存在紧子集 D 使 $w \in \overline{B \cap D}$ 。如果对于所有的 $n \in N$, $D \not\subset F_n$, 那么存在 X 的序列 $\{y_n : n \in N\}$ 使 $y_n \in D \setminus F_n$ 。置 $Y_n = \{y_m : m \geq n\}$, 那么对于 $F \in \mathcal{F}_i$, 当 $l \leq n$ 时, $Y_n \cap F = \emptyset$, 当 $l > n$ 时, $Y_n \cap F \subset \{y_n, y_{n+1}, \dots, y_{l-1}\}$ 。由于 \mathcal{F} 是 X 的 k 系, 于是每一 Y_n 是 X 的闭子集, 因而 Y_1 是 X 的闭离散集合。又由于 $D \subset \cup\{F_n : n \in N\}$, 所以 Y_1 是紧子空间 D 的一个无限子集, 因而 Y_1 必存在聚点, 这是一个矛盾。这说明存在 $n \in N$ 使 $D \subset F_n$, 于是 $w \in \overline{B \cap F_n}$ 。选取 $i \in N$ 使 $n_i > n$, 那么 $w \in \overline{B \cap F_{n_i}}$ 。然而 $B \cap F_{n_i} = \cup\{B_j \cap F_{n_i} : j \in N\} = \cup\{B_j \cap F_{n_i} : j \leq i\} = \cup\{B_j : j \leq i\}$, 因而存在 $j \leq i$ 使 $w \in \overline{B_j \cap V_j}$, 这与 V_j 的选取相矛盾, 故 $\cup\{\mathcal{E}_n : n \in N\}$ 是 X 的遗传闭包保持集族。

第三步证明 $\cup\{\mathcal{E}_n : n \in N\}$ 是 X 的 k 系。设 X 的子集 A 与 $\cup\{\mathcal{E}_n : n \in N\}$ 中任一元之交是 X 之闭子集。由第一步及第二步所证知 $A = \cup\{G \cap A : G \in \cup\{\mathcal{E}_n : n \in N\}\}$ 是 X 的闭子集, 所以 $\cup\{\mathcal{E}_n : n \in N\}$ 是 X 的 k 系。因而 X 具有遗传闭包保持 k 系。

(2) \Rightarrow (3) 设 X 具有遗传闭包保持 k 系。让 \mathcal{F} 是 X 的一个遗传闭包保持 k 系。置 $Z = \oplus\{F : F \in \mathcal{F}\}$, 那么 Z 是仿紧局部紧空间。让 f 是从 Z 到 X 上的显然映射。由 \mathcal{F} 是 X 的遗传闭包保持闭复盖, f 是闭映射。故 X 是仿紧局部紧空间 Z 在闭映射下的象。

(3) \Rightarrow (1) 设 X 是仿紧局部紧空间 Z 在闭映射下的象。由引理 1, Z 具有局部有限 k 系 \mathcal{F} 。置 $\mathcal{X} = \{f(F) : F \in \mathcal{F}\}$, 那么 \mathcal{X} 是 X 的遗传闭包保持 k 系。又因为伪开映射保持 k' 空间^[6], 而闭映射是伪开映射, 所以 X 是一个 k' 空间。

定理 3 下列条件相互等价:

- (1) X 具有遗传闭包保持 k 系且满足如下条件之一:
 (a) X 具有点可数 k 系。(b) X 是局部 K_ω 空间。(c) X 是局部 Lindelof 空间。
 (2) X 是仿紧局部 K_ω 的 k' 空间。
 (3) X 是某一仿紧局部紧空间的伪开 SL 映象。
 (4) X 是某一仿紧局部紧空间的闭 L (或闭 SL) 映象。

证 依(1)(a) \Rightarrow (1)(b) \Rightarrow (1)(c) \Rightarrow (2) \Rightarrow (3), (4) \Rightarrow (1)(a)的次序证明。

(1)(a) \Rightarrow (1)(b) 设空间 X 既具有一个遗传闭包保持 k 系, 又具有一个点可数 k 系。由定理 2, 存在仿紧局部紧空间 Z 及从 Z 到 X 上的一个闭映射 $f: Z \rightarrow X$ 。因为 X 有点可数 k 系, 对于 $w \in X$, $f^{-1}(w)$ 在 Z 中的边界集是 Z 的 Lindelof 子空间[3, 命题 8]。于是存在 Z 的闭子空间 Y 使 f 在 Y 上的限制 $g = f|_Y: Y \rightarrow X$ 是闭 L 映射。对于 $w \in X$, 因为 $g^{-1}(w)$ 是 Y 的 Lindelof 子空间, 并且 Y 是局部紧空间, 所以存在 Y 的开子集列 $\{V_i : i \in N\}$ 使 V_i 是 Y 的紧子空间且 $g^{-1}(w) \subset \cup\{V_i : i \in N\}$ 。又因为 X 是仿紧空间的闭象, 于是 X 是正则空间, 所以存在点 w 在 X 中的开邻域 W 使 $g^{-1}(W) \subset \cup\{V_i : i \in N\}$ 。让 $H = W$ 。由于 $\cup\{V_i : i \in N\}$ 是 Lindelof 空间, 而 $g^{-1}(H)$ 是 Y 的闭子空间, 于是 $g^{-1}(H)$ 是局部紧的 Lindelof 空间。又由于 g 是闭映射, 于是 $g|_{g^{-1}(H)}: g^{-1}(H) \rightarrow H$ 也是闭映射。这时 $g|_{g^{-1}(H)}$ 是商 SL 映射, 由定理 1, H 是具有 Lindelof 性质的局部 K_ω 空间, 因而 H 是 K_ω 空间。故 X 是局部 K_ω 空间。

(1)(b) \Rightarrow (1)(c) 显然。

(1)(c) \Rightarrow (2) 设 X 是具有遗传闭包保持 k 系的局部 Lindelof 空间。由定理 2, X 是某一仿紧局部紧空间在闭映射下的象。因为闭映射保持仿紧性, X 是一个仿紧空间。又因为闭映射是伪开映射, 而仿紧局部紧空间在伪开映射下的象是 k' 空间。下面证明 X 是局部 K_ω 空间。设 \mathcal{F} 是 X 的遗传闭包保持 k 系。对于 $w \in X$, 因为 X 是局部 Lindelof 空间, 存在点 w 在 X 中的开邻域 V 使 V 是 X 的 Lindelof 子空间。让 $\mathcal{F}' = \{F \cap V : F \in \mathcal{F}\}$, 那么 \mathcal{F}' 是 V 的遗传闭包保持 k 系。因为 \mathcal{F}' 是 Lindelof 空间 V 的遗传闭包保持闭复盖, 存在 \mathcal{F}' 的可数子族, 譬如设为 $\{F_i : i \in N\}$, 使 $V = \cup\{F_i : i \in N\}$ [6, 推论 2.4] 由于 $\{F_i : i \in N\}$ 是 V 的由紧子集组成的遗传闭包保持闭复盖, 应用定理 2 中(1) \Rightarrow (2) 证明过程中的第三步同样的方法知 $\{F_i : i \in N\}$ 是 V 的 k 系, 因而 V 具有可数 k 系, 即 V 是 K_ω 空间。故 X 是局部 K_ω 空间。

(2) \Rightarrow (3), (4) 设 X 是仿紧局部 K_ω 空间。存在 X 的局部有限闭复盖 $\{X_\alpha : \alpha \in A\}$ 使每一 X_α 是 K_ω 空间。置 $Z = \oplus\{X_\alpha : \alpha \in A\}$, 设 f 是从 Z 到 X 上的显然映射, 那么 f 是有限到一的闭映射。对于 $\alpha \in A$, 因为 X_α 是 K_ω 空间, 让 $\{K_i : i \in N\}$ 是 X_α 的可数 k 系。对于 $n \in N$, 置 $F_n = \cup\{K_i : i \in n\}$, 那么 $\{F_n : n \in N\}$ 仍然是 X_α 的 k 系, 并且若 K 是 X_α 的紧子集, 则存在 $n \in N$ 使 $K \subset F_n$ [7, 命题 3]。置 $H_\alpha = \oplus\{F_n : n \in N\}$,

那么 H_α 是局部紧的 Lindelof 空间. 让 h_α 是从 H_α 到 X_α 上的显然映射, 那么 h_α 是紧复盖映射, 即对于 X_α 的紧子集 K , 存在 H_α 的紧子集 L 使 $h_\alpha(L) = K$. 事实上, 若 K 是 X_α 的紧子集, 则存在 $n \in \mathbb{N}$ 使 $K \subset F_n$, 这时 $L = \bigoplus \{F_i \cap K : i \leq n\}$ 是 H_α 的紧子集且 $h_\alpha(L) = K$, 所以 h_α 是紧复盖映射. 因为 X_α 是 X 的闭子空间, 所以 X_α 是 k' 空间^[5]. 而映满 k' 空间的紧复盖映射是伪开映射[1, 定理13], 于是 h_α 是伪开映射, 即 X_α 是某一局部紧 Lindelof 空间在伪开映射下的象, 因而 X_α 也是某一局部紧 Lindelof 空间在闭映射下的象[8, 定理2.7]. 设 g_α 是从局部紧 Lindelof 空间 G_α 到 X_α 上的闭映射. 置 $G = \bigoplus \{G_\alpha : \alpha \in A\}$, $g = \bigoplus \{g_\alpha : \alpha \in A\}$, 那么 $f \circ g$ 是从仿紧局部紧空间 G 到 X 上的闭映射. 对于 $w \in X$, 因为 $\{X_\alpha : \alpha \in A\}$ 是 X 的局部有限集族, 并且 X 是正则空间, 存在点 w 在 X 中的开邻域 V 使 $\{X_\alpha : X_\alpha \cap V \neq \emptyset, \alpha \in A\}$ 是有限集族, 因而存在 A 的有限子集 B 使 $f^{-1}(V) \subset \bigoplus \{X_\alpha : \alpha \in B\}$, 这时 $(f \circ g)^{-1}(V) \subset \bigoplus \{G_\alpha : \alpha \in B\}$, 于是 $(f \circ g)^{-1}(V)$ 是 G 的 Lindelof 子空间, 所以 $f \circ g$ 是 SL 映射. 这样同时证明了(3)和(4).

(3) \Rightarrow (2) 设 X 是某一仿紧局部紧空间在伪开 SL 映射下的象. 由定理1, X 是仿紧局部 K_ω 空间. 又由于仿紧局部紧空间在伪开映射下的象是 k' 空间^[5], 于是 X 是仿紧局部 K_ω 的 k' 空间.

(4) \Rightarrow (1)(a) 设 X 是仿紧局部紧空间 Z 在闭 L 映射 f 下的象. 由引理1, Z 具有局部有限 k 系 \mathcal{F} . 让 $\mathcal{X} = \{f(F) : F \in \mathcal{F}\}$, 因为 f 是商映射, \mathcal{X} 是 X 的 k 系. 又因为 f 是闭 L 映射, \mathcal{X} 是 X 的遗传闭包保持且点可数集族, 故 \mathcal{X} 是 X 的遗传闭包保持 k 系, 又是 X 的点可数 k 系. 证毕.

注1 由于存在一个不是 k' 的 K_ω 空间[8, 例3.1], 定理3中的条件严格强于定理1中的条件, 并且定理2条件(1)中 k' 空间的假设不可省去.

注2 由于仿紧局部紧空间在有限到一开映射下的象未必是一个仿紧空间[4, 例5.11], 于是定理1的条件(5)和定理3条件(3)中的 SL 映射的条件不可减弱为 L 映射.

注3 定理1或定理3中的各条件与可表为仿紧局部紧空间在可数双商映射下的象^[5] 是互不蕴含的. 文[5, 例10.1]给出的空间 Y 是某一局部紧度量空间在闭 L 映射下的象空间, 但是 Y 不可表为仿紧局部紧空间在可数双商映射下的象. 另一方面, 有理数的全体 Q 作为实直线的子空间是第一可数的仿紧空间, 因而可表为某一仿紧局部紧空间在可数双商映射下的象^[5], 但由于 Q 是具有 Lindelof 性质的非 K_ω 空间[7, 命题20], 于是 Q 非局部 K_ω 空间. 因而 Q 不可表为仿紧局部紧空间在闭 L 或商 SL 映射下的象.

对照定理1、定理2和定理3, 下列问题是有趣的.

问题 具有 σ 遗传闭包保持 k 系的空间是否是某一仿紧局部 K_ω 空间在闭映射下的象?

参 考 文 献

- 1 Архангельский, А., О Факор-отображениях Метрических Пространств, ДАНСС - СР, 155(1964), 247—250.
- 2 Michael, E., Bi-quotient maps and cartesian products of quotient maps, Ann. Inst. Four. (Grenoble), 18(1968), 287—302.
- 3 Tanaka, Y., Point-countable k -systems and products of k -spaces, Pacific J. Math., 141(1982), 199—208.
- 4 Burke, D., Covering properties, Handbook of Set-Theoretic Topology, Elsevier Science Publishers, 1984, 347—422.
- 5 Michael, E., A quintuple quotient quest, Gen. Top. Appl. 2(1972), 91—138.
- 6 Okuyama, A., On a generalization of Σ -spaces, Pacific J. Math., 42(1972), 485—495
- 7 Franklin, S. P., Thomas, B. V. S., A survey of K_ω -spaces, Topology Proc. 2(1977), 111—124.
- 8 Tanaka, Y., Decompositions of spaces determined by compact subsets, Proc. Amer. Math. Soc. 97(1986), 549—555.

ON THE IMAGES OF PARACOMPACT LOCALLY COMPACT SPACES

Lin Shou (林寿)

(*Ningde Teachers' College, Fujian*)

Abstract

In this paper we establish the relationships between paracompact locally compact spaces and all kinds of spaces with k system by means of closed mappings, pseudo-open mappings and quotient mappings.